CONFIGURATIONS DU PLAN

1) POLYGONES

A) PARALLÉLOGRAMME

Définition :

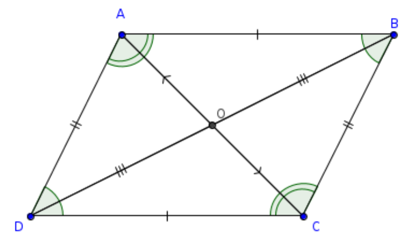
Un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles est **un parallélogramme**.

Propriété :

Un parallélogramme admet un centre de symétrie ; c'est le point d'intersection de ses diagonales.

Conséquences :

- ***Dans*** un parallélogramme, les diagonales ont même milieu.
- ***Dans*** un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur.
- ***Dans*** un parallélogramme, les angles opposés ont la même mesure.



Comment reconnaître un parallélogramme :

- ***Si*** les diagonales d'un quadrilatère ont même milieu, ***alors*** c'est un parallélogramme.
- ***Si*** un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur, ***alors*** c'est un parallélogramme.
- ***Si*** un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, ***alors*** c'est un parallélogramme.

B) PARALLÉLOGRAMMES PARTICULIERS

Le rectangle, le losange et le carré sont des ***parallélogrammes particuliers*** ; ils possèdent donc ***toutes*** les propriétés des parallélogrammes.

RECTANGLE

Définition :

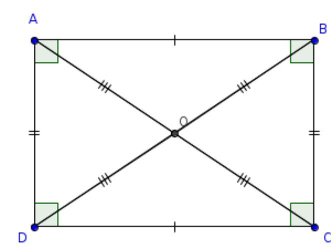
Un quadrilatère ayant quatre angles droits est **un rectangle**.

Propriété supplémentaire du rectangle :

Dans un rectangle, les diagonales ont la même longueur.

Comment reconnaître un rectangle :

- ***Si*** un quadrilatère a trois angles droits, ***alors*** c'est un rectangle.
- ***Si*** un parallélogramme a un angle droit, ***alors*** c'est un rectangle.
- ***Si*** un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.



LOSANGE

Définition :

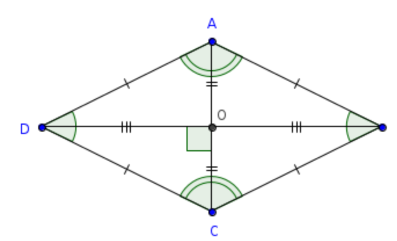
Un quadrilatère ayant quatre côtés de même longueur est **un losange**.

Propriété supplémentaire du losange :

Dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires.

Comment reconnaître un losange :

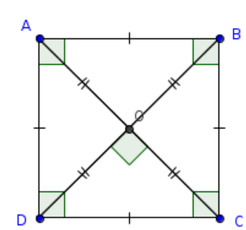
- ***Si*** un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, ***alors*** c'est un losange.
- ***Si*** un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, ***alors*** c'est un losange.



CARRÉ

Définition :

Un quadrilatère à la fois rectangle et losange est **un carré**.



Remarques :

- Un carré possède donc ***toutes*** les propriétés du losange et ***toutes*** celles du rectangle.
- Pour montrer qu'un quadrilatère est un carré, on montre que c'est un losange et un rectangle.

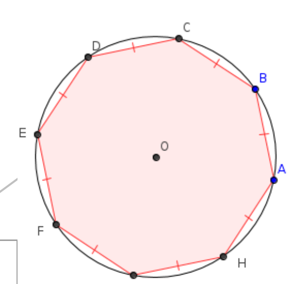
C) POLYGONES RÉGULIERS

Définition :

Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et dont tous les angles ont la même mesure.

Propriété :

Il existe un cercle passant par tous les sommets d'un polygone régulier . Ce cercle est appelé cercle circonscrit au polygone régulier et le centre de ce cercle est appelé le centre du polygone régulier

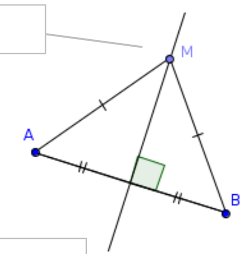


Par exemple, ce polygone est un octogone

2) LES DROITES REMARQUABLES DU TRIANGLE

MÉDIATRICES

$M \in d \Leftrightarrow MA = MB$



Définition :

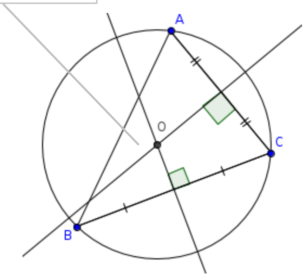
La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.

Les médiatrices d'un triangle sont les médiatrices des côtés du triangle.

Propriété :

La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment.

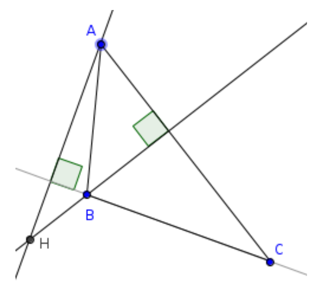
$OA = OB = OC$



Point de concours :

Dans un triangle, les trois médiatrices sont concourantes en un point O qui est **le centre du cercle circonscrit** à ce triangle.

HAUTEURS



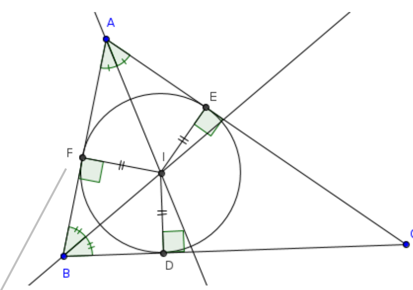
Définition :

La hauteur relative à un côté d'un triangle est la droite perpendiculaire à ce côté et passant par le sommet opposé à ce côté.

Point de concours :

Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point H qui est appelé **l'orthocentre** de ce triangle.

BISSECTRICES



Définition :

La bissectrice d'un angle est la droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.

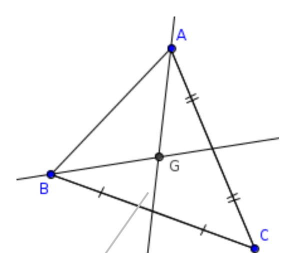
Les bissectrices d'un triangle sont les bissectrices des trois angles du triangle.

Point de concours :

Dans un triangle, les trois bissectrices sont concourantes en un point I qui est **le centre du cercle inscrit** dans ce triangle.

I est équidistant des trois côtés : $IE = IF = ID$
Les trois côtés du triangle sont tangents au cercle inscrit.

MÉDIANES



Définition :

La médiane relative à un côté d'un triangle est la droite passant par le milieu de ce côté et par le sommet opposé à ce côté.

Point de concours :

Dans un triangle, les trois médianes sont concourantes en un point G qui est appelé **le centre de gravité** de ce triangle.

G est situé au deux tiers de chaque médiane à partir du sommet correspondant.

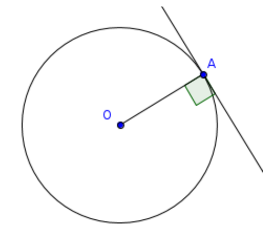
Remarques :

- Dans un triangle isocèle en A , la hauteur issue de A (c'est à dire relative au côté [BC]) est aussi médiane, médiatrice de [BC] et bissectrice de $\widehat{ABC}$. Cette droite est l'axe de symétrie du triangle isocèle.
- Dans un triangle équilatéral, chacun des axes de symétrie est aussi hauteur, médiane, bissectrice et médiatrice de ce triangle.
  Le centre du cercle inscrit, le centre du cercle circonscrit, le centre de gravité et l'orthocentre sont donc confondus.
- Deux triangles sont ***semblables*** si et seulement si leurs angles sont deux à deux de même mesure (ou encore si leurs côtés sont deux à deux proportionnels).

3) CERCLES

Définition :

- **Le cercle** de centre O et de rayon r est **l'ensemble** des points M du plan tels que $OM=r$.
- **Le disque** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M du plan tels que $OM\leqslant r$.
- **La tangente** à un cercle de centre O en un point A est la droite passant par A et perpendiculaire au rayon $[OA]$.
  Un cercle et la tangente en l'un de ses points ont un unique point commun.



4) PYTHAGORE ET THALÈS

PYTHAGORE

Le théorème :

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

La réciproque :

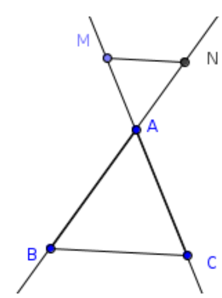
Si dans un triangle ABC, on a la relation $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle est rectangle en A.

THALÈS

Le théorème :

- Soit ABC un triangle.
- Soit M un point de (AB) , distinct de A.
- Soit N un point de (AC) , distinct de A.
- Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles

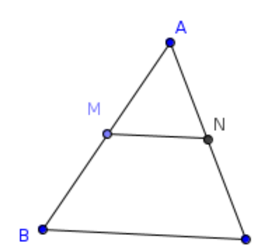
alors $\dfrac{AM}{AC}=\dfrac{AN}{AB}=\dfrac{MN}{BC}$



La réciproque :

- Soit ABC un triangle.
- Soit M un point de (AB) , distinct de A.
- Soit N un point de (AC) , distinct de A.
- Si $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}$,
- et si les points A , B , M sont alignés dans **le même ordre** que les points A , C , N

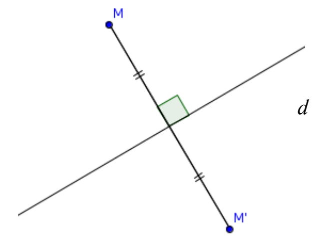
alors (BC) // (MN)



Remarque :

"La droite des milieux" est un cas particulier du théorème de Thalès et de sa réciproque.

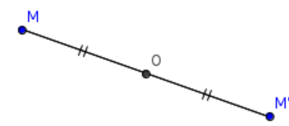
5) SYMÉTRIES



Symétrie orthogonale, symétrie axiale ou réflexion d'axe *d* :

Soit d une droite et M un point du plan.

- Si M $\notin$ d , le symétrique de M par rapport à d est le point M' tel que d est la médiatrice de [MM']
- Si M $\in$ d , alors M' = M



Symétrie centrale de centre O :

Soit O un point du plan et M un point du plan.

- Si $M \neq O$, le symétrique de M par rapport à O est le point M' tel que O est le milieu de [MM']
- Le symétrique de O est lui-même.

On dit que M a pour image M' par la symétrie d'axe d (respectivement par la symétrie de centre O), ou que la symétrie transforme M en M'.
On note $M' = s_d(M)$ (respectivement $M' = s_O(M)$)

Propriétés communes aux symétries :

Les symétries conservent les longueurs, les angles, l'alignement, les milieux et les aires.

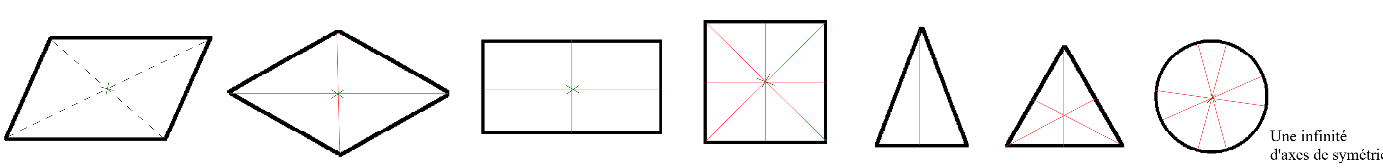
Par une symétrie :
- l'image d'une droite est une droite.
- deux droites parallèles ont pour images deux droites parallèles.
- deux droites perpendiculaires ont pour images deux droites perpendiculaires.
- l'image d'un segment [AB] est un segment [A'B'] de même longueur ; de plus le milieu I de [AB] a pour image le milieu I' de [A'B'] .

  On dit qu'il y a conservation du milieu.
- l'image d'un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon r et un cercle $\mathcal{C}'$ de centre O' (image de O) et de même rayon r .
- l'image d' un polygone est un polygone de même nature et de mêmes dimensions. (triangle , parallélogramme , rectangle , carré ...)

Définition :

On dit qu'une figure possède un **axe de symétrie** *d* , si elle est sa propre image par la réflexion d'axe *d* .

On dit qu'une figure possède un **centre de symétrie** I , si elle est sa propre image par la symétrie de centre I.



Parallélogramme losange rectangle carré triangle isocèle triangle équilatéral cercle